Örnek. Aşağıdaki D.P. problemini Simpleks yöntemle çözüp yorumlayalım.

Bir marangoz işletmesinde masa ve sandalye üretmektedir. Bir adet masa yapımı için 30 metre tahtaya ve 5 saat işgücüne gerek vardır. Bir sandalye yapımı için de 20 metre tahta ile 10 saat işgücü kullanılmaktadır. İşletmenin elinde 300 metre tahta ile 110 saat işgücü vardır. Bir masanın ve bir sandalyenin satışından elde edilecek karlar ise sırasıyla 6 pb ve 8 pb dir. Marangozun amacı satış karını maksimum kılmaktır. Buna göre marangoz ne kadar masa ve sandalye üretmelidir?

Karar değişkenleri:

x_1 : Üretilmesi gereken masa miktarı

x_2 : Üretilmesi gereken sandalye miktarı

olup model aşağıdaki gibi kurulur.

$Max\ Z$: $6x_1 + 8x_2$

$Kısıtlar$: $30x_1 + 20x_2 \leq 300$ $(Tahta)$

$5\,x_1 + 10x_2 \leq 110$ (İş$gü$c$ü$)

$x_1, x_2 \geq 0$

Verilen problemin standart biçimi aşağıdaki gibi olur:

$Max\ Z$: : $6x_1 + 8x_2 + 0s_1 + 0s_2$

$Kısıtlar$: $30x_1 + 20x_2 + s_1 = 300$

$5\,x_1 + 10x_2 + s_2 = 110$

$x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$

Başlangıç temel çözümü bulunur.

c_j			6	8	0	0	ORAN
	TD	**TDD**	x_1	x_2	s_1	s_2	
0	s_1	300	30	20	1	0	300/20=15
0	s_2	110	5	**10**	0	1	**110/10=11**
	z_j	0	0	0	0	0	
	$c_j - z_j$	--	6	**8**	0	0	

$c_j - z_j \leq 0$ değil.

Anahtar satır ve anahtar sütun belirlenerek yeni tablo oluşturulur ve çözüme bakılır.

c_j			6	8	0	0	ORAN
	TD	**TDD**	x_1	x_2	s_1	s_2	
0	s_1	80	**20**	0	1	-2	**80/20=4**
8	x_2	11	1/2	1	0	1/10	11/(1/2)=22
	z_j	88	4	8	0	8/10	
	$c_j - z_j$	--	**2**	0	0	-8/10	

$c_j - z_j \leq 0$ değil.

Anahtar satır ve anahtar sütun belirlenerek yeni tablo oluşturulur ve çözüme bakılır.

c_j			6	8	0	0
	TD	**TDD**	x_1	x_2	s_1	s_2
6	x_1	4	1	0	1/20	-1/10
8	x_2	9	0	1	-1/40	3/20
	z_j	96	6	8	1/10	3/5
	$c_j - z_j$	--	0	0	-1/10	-3/5

$c_j - z_j \leq 0$ dır. O halde optimal çözüm bulunmuştur.

Optimal çözüm: $x_1 = 4$, $x_2 = 9$, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, Max Z=96 olarak elde edilir.

Yorum: Soruda verilen bilgilere göre, 4 tane masa ve 9 tane sandalye üretilmelidir. Bunların satışından elde edilecek maksimum kar 96 pb. dir.

$S_1 = 0$ ve $S_2 = 0$ olması, tahta ve işgücünün tamamı kullanılmış anlamına gelir. Yani elimizde kullanılabilecek tahta ve işgücü kalmamıştır.

$\boldsymbol{z_j}$ **satırındaki (gözden çıkarma satırı) değerler,** bir değişiklik yapıldığında birim başına kardaki kaybı gösterir.

$\boldsymbol{c_j - z_j}$ **satırındaki değerler,** ilişkili bulunduğu değişkenden "bir birim daha üretildiğinde" sağlayacağı kazanç artışını (Minimizasyon problemlerinde maliyet azalışını) gösterir.

Başlangıç çözümündeki tabloda bulunan,

6 rakamının anlamı : bir tane masa yapılıp satılırsa marangozun karının 6 pb artacağını ifade eder.

Şimdi, başlangıç çözümünden sonraki tabloyu yorumlarsak;

c_j			6	8	0	0
	TD	**TDD**	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	80	20	0	1	-2
8	x_2	11	1/2	1	0	1/10
	z_j	88	4	8	0	8/10
	$c_j - z_j$	--	2	0	0	-8/10

20 : Bir masa yapmak için 20 metre kullanılmayan tahtadan vazgeçmemiz gerektiğini belirtir.

(Bir masa yapmak için 20 metre tahta kullanmamız gerekiyor)

1/2 : Bir masa yapmak için 1/2 sandalye yapımından vazgeçmemiz gerektiğini belirtir.

-2 : Bir saat daha fazla işgücü kullanmak(kullanılmayan işgücünü bir saat artırmak) için -2 metre kullanılmayan tahtadan vazgeçmemiz gerekir. (Bir saat işgücü kullanmak için -2 metre kullanmalıyız)

Yani 2 metre daha az tahta kullanmalıyız.

1/10 : Bir saat daha fazla işgücü kullanmak için 1/10 sandalye üretiminden vazgeçmeliyiz.

z_j satırındaki 4 : Bir tane masa yapmak için 1/2 sandalye yapımından vazgeçmenin, karda 4 pb kayba neden olacağını belirtir.

z_j satırındaki 8/10 : Bir saat daha fazla işgücü kullanmak için 1/10 sandalye üretiminden vazgeçmenin karda neden olacağı kayıp 8/10 pb dir..

$c_j - z_j$ **satırındaki 2 :** Bir tane daha masa üretirsek karda 2 pb artış olacaktır.

$c_j - z_j$ **satırındaki 0 :** Bir tane daha sandalye üretmenin kara katkısı sıfırdır.

$c_j - z_j$ **satırındaki -8/10 :** Bir saat işgücü kullanmamak, karda -8/10 birimlik artışa yani 8/10 birimlik azalışa sebep olacaktır.

Marangoz hiç masa üretmeyip 11 tane sandalye ürettiğinde karı 88 pb olur ve elinde 80 metre kullanılmayan tahta kalmıştır.

Optimal çözüm tablosu olan son simpleks tabloyu yorumlarsak;

c_j			6	8	0	0
	TD	**TDD**	$\boldsymbol{x_1}$	$\boldsymbol{x_2}$	$\boldsymbol{s_1}$	$\boldsymbol{s_2}$
6	x_1	4	1	0	1/20	-1/10
8	x_2	9	0	1	-1/40	3/20
	$\boldsymbol{z_j}$	96	6	8	1/10	3/5
	$\boldsymbol{c_j - z_j}$	--	0	0	-1/10	-3/5

Optimal çözüm: $x_1 = 4$, $x_2 = 9$, $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, Max Z=96

- **Kazancı daha fazla artırabilir miyiz?**
- **Daha fazla masa ve sandalye üretebilir miyiz?**
- **İşgücünü bir daha az kullanırsak karda nasıl bir değişiklik olur?**
- **Bir metre tahta kullanılmazsa kar durumu ne olur?**

SİMPLEKS ÇÖZÜMDE ÖZEL DURUMLAR:

NOT: (Alternatif Çözüm) Bir problemin optimal çözümünde; temelde olmayan bir karar değişkeninin $c_j - z_j$ satırındaki değeri 0 ise **alternatif optimal çözüm** vardır. Bu karar değişkeninin çözüme girmesi optimal Z değerini değiştirmeden yeni bir çözüm verir.

NOT: (Infeasibility, Çözümün olmaması) Bir problemin çözümünde $\boldsymbol{c_j - z_j \leq 0}$ olan son simpleks tabloda; temel çözümde yer alan değişkenler içinde **yapay değişken** (yani A) yer alıyorsa, **problemin çözümü yoktur**.

NOT: (Unboudedness, Amaç fonksiyonu değerinin sonsuza gitmesi) Bir problemin simpleks metodla çözümünde, anahtar sütunda yer alan değerlerin hepsinin “ ≤ 0 “ olması durumudur. Yani anahtar satır seçememe durumudur.